



ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ
РОССИЙСКИХ И
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И
ОЛИМПИАД

- +7 495 650-99-95
- +7 495 694-36-00
- +7 925 505-24-42
- +7 916 151-25-94
- info@albioncom.ru

Занятие №3

Кружок по математике



Блиц

Высота столба равна 20 м. Улитка решила навестить свою бабушку, которая живёт на вершине столба. За день она проползает по столбу 3 метра, а за ночь сползает на 2 метра. Через сколько дней произойдёт радостная встреча?



Третье занятие. Комбинаторика



Комбинаторика

На практике часто встречаются задачи, формулировка которых начинается со слов: "Сколько существует...", "Сколькими способами" и т. д. Такие задачи принято называть комбинаторными, а раздел математики, который их изучает - комбинаторикой.

Комбинаторика - раздел математики, посвященный решению задач выбора и расположения элементов некоторого, обычно конечного, множества в соответствии с заданными правилами.

Правило суммы

- **Правило суммы:** Если два действия A и B взаимно исключают друг друга, причем действие A можно выполнить m способами, а B – n способами, то выполнить одно любое из этих действий (либо A , либо B) можно $n + m$ способами.
- В классе учится 16 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами можно назначить одного дежурного?

Правило произведения

- **Правило произведения:** Пусть требуется выполнить последовательно k действий. Если первое действие можно выполнить n_1 способами, второе действие n_2 способами, третье – n_3 способами и так до k -го действия, которое можно выполнить n_k способами, то все k действий вместе могут быть выполнены:

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$$

способами.

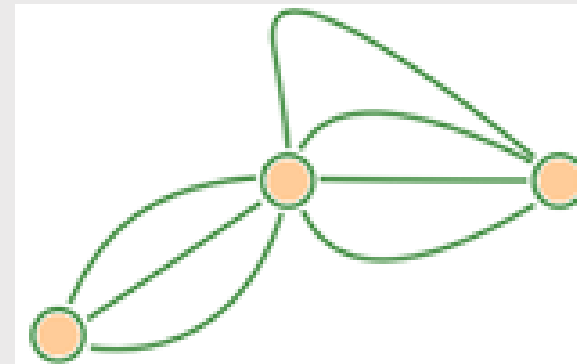
- В классе учится 16 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами можно назначить двух дежурных?

Монету бросают трижды

Монету бросают трижды. Сколько различных последовательностей орлов и решек может при этом получиться?

Филимоново-Ксенофоново-Оладушкино

Из деревни Филимоново в деревню Ксенофоново ведут три дороги, а из деревни Ксенофоново в деревню Оладушкино ведут четыре дороги. Сколько существует путей из деревни Филимоново в деревню Оладушкино?



Чайный сервиз


1. В магазине продаются чашки пяти видов и блюдца трех видов. Сколькими способами можно выбрать себе чашку и блюдце?
2. В магазине продаются чашки пяти видов, блюдца трех видов и ложки четырех видов. Сколькими способами можно выбрать себе а) чашку, блюдце и ложку; б) два разных предмета?

Племя Мумбо-Юмбо

Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из букв А и У. Словом считается любая последовательность, состоящая не более, чем из 5 букв. Сколько слов в словаре Мумбо-Юмбо?



ААУУА АУА?



**ААУ АААА АУ!
АУА УУ?**

Четырехзначные числа

Сколько четырехзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 и 5, если:

- а) никакая цифра не повторяется более одного раза
- б) повторения цифр допустимы
- в) числа должны быть четными и повторений цифр быть не должно?

КРОНА и КОРЕНЬ

Сколько способами можно прочитать в таблице слово а) КРОНА; б) КОРЕНЬ, начиная с буквы «К» и двигаясь вправо или вниз?

КРОНА	К
РОНА	КО
ОНА	КОР
НА	КОРЕ
А	КОРЕН
	КОРЕНЬ

Сочетания без повторений

- Классической задачей комбинаторики является задача о числе сочетаний без повторений, содержание которой можно выразить вопросом: сколькими способами можно выбрать m из n различных предметов?

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} - \text{число сочетаний}$$

- Необходимо выбрать в подарок 4 из 10 имеющихся различных книг. Сколькими способами можно это сделать?

Сочетания без повторений

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

- Необходимо выбрать в подарок 4 из 10 имеющихся различных книг. Сколькими способами можно это сделать?

Нам из 10 книг нужно выбрать 4, причем порядок выбора не имеет значения. Таким образом, нужно найти число сочетаний из 10 элементов по 4:

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 210 \text{ способов}$$

Три фрукта

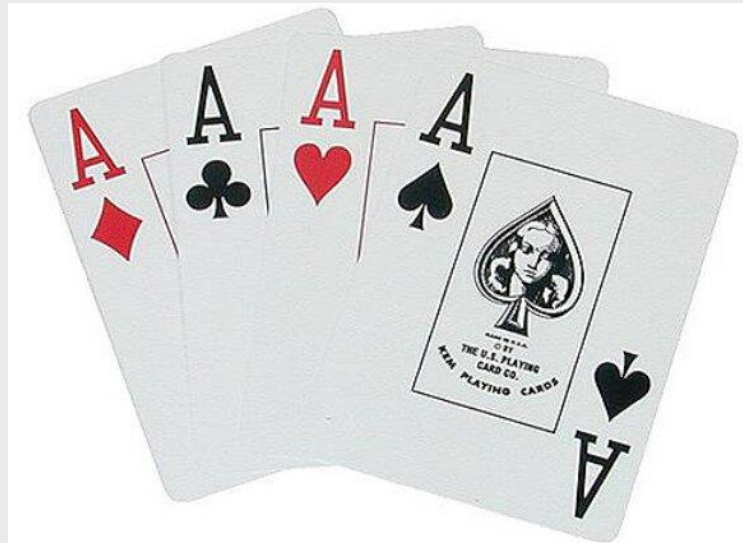
Представьте, что перед вами на столе яблоко, груша и банан. Сколько способов выбрать а) один фрукт, б) два фрукта, в) три фрукта, г) хотя бы один фрукт?

Должности в классе

- а) Из класса, в котором учатся 30 человек, нужно выбрать двоих школьников для участия в математической олимпиаде. Сколькими способами это можно сделать?
- б) Сколькими способами можно выбрать команду из трех школьников в том же классе?

Колода карт

Сколькими способами можно колоду из 36 карт разделить пополам так, чтобы в каждой половине было ровно по два туза?



Команды

Сколькими способами можно разбить 10 человек на две баскетбольные команды по 5 человек в каждой?

Спасибо за внимание!

Совсем скоро презентация и домашнее задание появятся на гугл-диске)

Не забудьте отправить ДЗ не позднее, чем за 2 дня до начала следующего занятия (до четверга включительно)

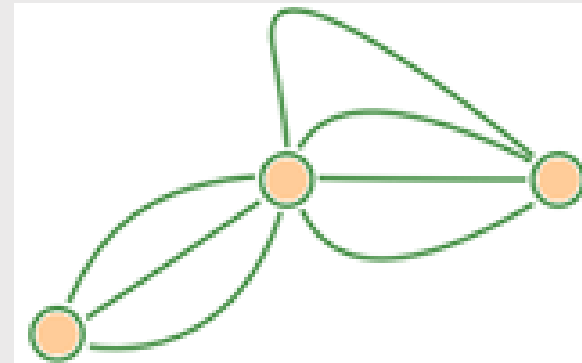
Хороших выходных!

Если есть вопросы – пишите на почту shaulskaya.m@inbox.ru



Филимоново-Ксенофонтово-Оладушкино

Решение: Первый этап этого путешествия Филимоново-Ксенофонтово можно проехать по одной из 3 дорог, т.е. существует 3 способа выбора пути на этом этапе. Когда мы приедем в Ксенофонтово, нам предстоит второй этап путешествия Ксенофонтово — Оладушкино. Этот этап мы можем проехать по одной из 4 дорог, т.е. для каждого из 3-х вариантов выбора пути на первом этапе существует 4 варианта выбора пути на втором. Т.е. всего $3 \times 4 = 12$ вариантов пути.



Чайный сервиз

Решение:

1. Чашку можно выбрать пятью способами. Для каждого способа выбрать чашку есть 3 способа выбрать блюдце, потому что выбор блюдца не зависит от выбора чашки. То есть, всего $5 \cdot 3 = 15$ способов.
2. а) $5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$; б) $5 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 15 + 12 + 20 = 47$

Команды

Решение: Первую команду можно выбрать C_{10}^5 способами. Этот выбор полностью определяет вторую команду. Однако при таком подсчете каждая пара команд А и В учитывается дважды: один раз, когда в качестве первой команды выбирается команда А, и второй, – когда в качестве первой команды выбирается команда В. Значит, полученный результат надо разделить пополам.

Использованные материалы

- Архив занятий Малого Мехмата МГУ <http://mmmf.msu.ru/archive/>
- Задачи с сайта <https://problems.ru/>